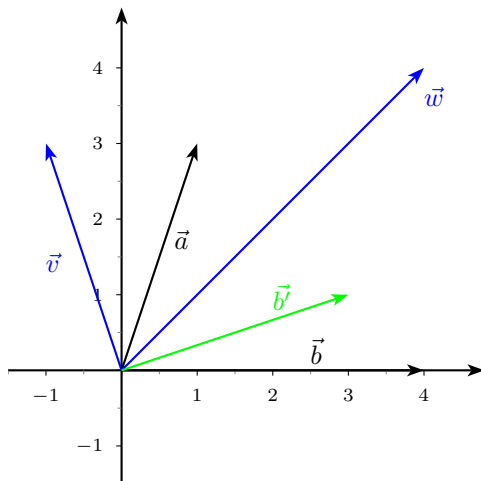


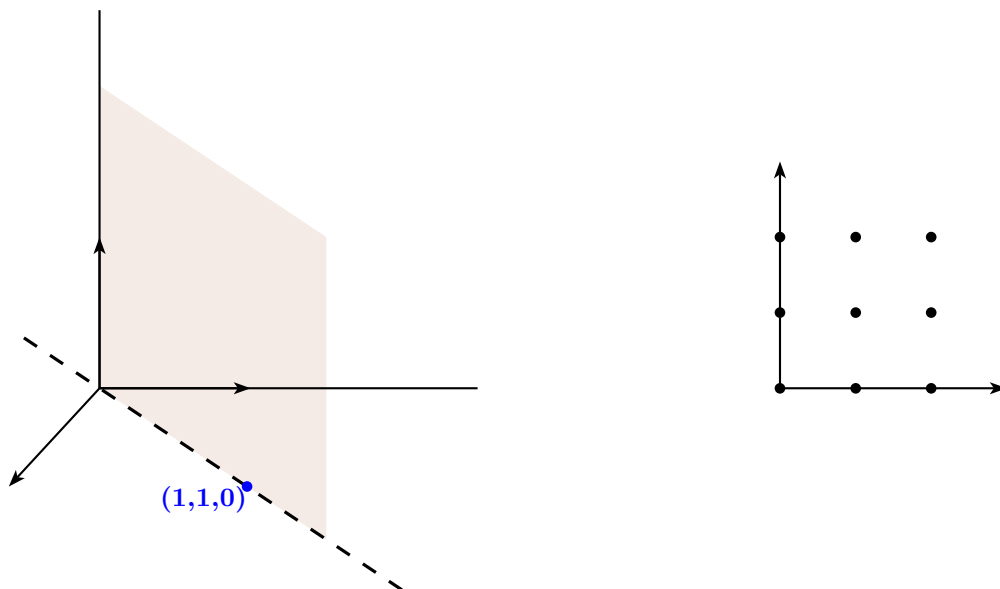
# Espaces vectoriels - Introduction

## 1 Jeux vectoriels



1. Parmi les expressions suivantes, représentez graphiquement celle qui ont du sens, et bannissez à tout jamais celles qui n'en n'ont pas :  $\vec{u} + \vec{v}$ ,  $\vec{u} - \vec{v}$ ,  $\vec{u} * \vec{v}$ ,  $2\vec{u}$ ,  $\vec{u}^2$
2. Sauriez-vous écrire  $\vec{v}$  et  $\vec{w}$  comme combinaison de  $\vec{a}$  et  $\vec{b}$  ?
3. Même question en remplaçant  $\vec{b}$  par  $\vec{b}'$ .

## 2 Notation



4. Sauriez-vous décrire le plan (à gauche) et l'ensemble de points (à droite) ?

### Notation

On note  $\mathbb{K}\vec{z}$  l'ensemble  $\{\alpha\vec{z}, \alpha \in \mathbb{K}\}$ , et  $\mathbb{Z}/3\mathbb{Z}$  l'ensemble  $\{z[3], z \in \mathbb{Z}\}$ .

5. Après avoir pris le temps de comprendre les notations précédentes, seriez-vous capable de décrire plus simplement (en tout cas vectoriellement) les ensembles précédents ?

### 3 Revenons aux bases

Soient  $\vec{u} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$  et  $\vec{v} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ .

6. Pouvez-vous exprimer comme combinaisons de  $\vec{u}$  et  $\vec{v}$  les vecteurs suivants :  $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ ,  $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ ,  $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ ,  $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$  ?

7. Est-ce encore possible en remplaçant  $\vec{v}$  par  $\begin{pmatrix} -1 \\ -0.5 \end{pmatrix}$  ? Pourquoi ?

Soient  $P(X) = 1 + X$  et  $Q(X) = X^2 - 3$ .

8. En vous inspirant des questions précédentes, sauriez-vous exprimer les polynômes suivants comme combinaison de  $P$  et  $Q : 1, X, X^2$  ?

9. Sinon, est-ce possible en se servant d'un autre polynôme en plus de  $P$  et  $Q$  ?

### 4 Application Linéaire

10. Soit  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ , telle que  $\forall x, y, f(x + y) = f(x) + f(y)$ . Que pouvez-vous dire de  $f$  ?